

Find a lower triangular system that describes row operations for elimination method.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$w = 1$$

$$5v + 7(1) = 2, \quad v = -1$$

$$2u + 3(-1) + 3(1) = 2, \quad u = 1$$

$$x + y - z = -4$$

$$3x - y + z = 8$$

$$-2x + 3y - 2z = -14$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -4 & 4 \\ 0 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ -14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ -22 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 4 \\ 17 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$